

CSM—47/22
MATHEMATICS
ଗଣିତ
PAPER—II

Candidate
must not
write on
this margin.

Time : 3 Hours

ସମୟ : ୩ ଘଣ୍ଟା

Full Marks : 250

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା : ୨୫୦

The figures in the right-hand margin indicate marks.

ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ରର ଡାହାଣ ପଟେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମାର୍କ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

*Candidates should attempt **any 10 (ten)** questions of **GROUP—A** with word limit of 250 words and should attempt **any 5 (five)** questions from **GROUP—B** with word limit of 300 words.*

ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ **GROUP—A** ରୁ ଯେକୌଣସି ୧୦ଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ୨୫୦ ଶବ୍ଦ

ମଧ୍ୟରେ ଏବଂ **GROUP—B** ରୁ ଯେକୌଣସି ୫ଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

୩୦୦ ଶବ୍ଦ ମଧ୍ୟରେ ସାମିତ ରଖିବେ ।

GROUP—A

1. Evaluate the integral

ଅବିଚ୍ଛେଦ୍ୟର ମୂଲ୍ୟାୟନ କର

$$I(f) = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$$

using (i) compound trapezoidal rule and (ii) compound Simpson's $\frac{1}{3}$ rule with 2,4 subintervals. 15

(i) କମ୍ପାଉଣ୍ଡ ଟ୍ରାପେଜଏଡାଲ (trapezoidal) ନୀୟମ ବ୍ୟବହାର କରି । (ii) କମ୍ପାଉଣ୍ଡ Simpson's $\frac{1}{3}$ rule ସହିତ 2,4 subintervals ।

Candidate
must not
write on
this margin.

2. Find the exact solution of

ଠିକ୍ ସମାଧାନ ଖୋଜ

$$\frac{dy}{dx} = -2 + \frac{y}{x}, y(1) = 2$$

(i) Use Euler's method to determine $y(1.2)$ with $h = 0.1$ and $h = 0.05$.

$y(1.2)$ with $h = 0.1$ and $h = 0.05$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ Euler's ପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତୁ ।

(ii) Compare the approximate results with the exact values. 15

ଅନୁମାନିତ ଫଳାଫଳ କୁ ଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ସହ ତୁଳନା କର ।

3. Find the general solution of $y^{iv} + y'' = 3x^2 + 4\sin x - 2\cos x$ by using the method of Undetermined Coefficients (UC). 15

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ Coefficients (UC) ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରି $y^{iv} + y'' = 3x^2 + 4\sin x - 2\cos x$ ର ସାଧାରଣ ସମାଧାନ ଖୋଜ ।

4. Find the complete integral of the equation $xp + 3yq - 2z + 2x^2q^2 = 0$. 15

$xp + 3yq - 2z + 2x^2q^2 = 0$ ସମୀକରଣର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଅବିଚ୍ଛେଦ ସମାଧାନ କରନ୍ତୁ ।

5. Determine the number of positive integers in $A = \{1, 2, 3, \dots, 3000\}$ that are— 15

$A = \{1, 2, 3, \dots, 3000\}$ ରେ ସକାରାତ୍ମକ positive integers ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରନ୍ତୁ ।

(i) divisible by 7 or 2;

7 କିମ୍ବା 2 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ;

(ii) divisible by 7 and not 2;

7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ ମାତ୍ର 2 ଦ୍ୱାରା ନୁହେଁ;

(iii) divisible by 2, 3, 7, but not divisible by 11.

2, 3, 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ କିନ୍ତୁ 11 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ ନୁହେଁ ।

6. Suppose $G = (V, E)$ is a simple undirected graph, whose vertices are labeled as 1,2,3,...,10 and the degree of each vertex in V is even. How many such distinct (labeled) graphs with 10 vertices can be constructed? 15

ଧରାଯାଉ $G = (V, E)$ ହେଉଛି ଏକ ସରଳ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗ୍ରାଫ, ଯାହାର vertices 1,2,3,...,10 ଭାବରେ ଲେବଲ୍ ହୋଇଛି ଏବଂ V ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ vertex ଡିଗ୍ରୀ ମଧ୍ୟ ସମାନ । 10 ଟି vertex ରେ କେତୋଟି ଭିନ୍ନ (ଲେବଲ୍) ଗ୍ରାଫ ନିର୍ମାଣ କରାଯାଇ ପାରିବ?

7. Use the simplex method to solve the following LP problem :

ନିମ୍ନଲିଖିତ LP ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ସରଳ ପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତୁ :

$$\text{Min } Z = x - 3y + 2z$$

subject to the constraints

ନିମ୍ନ ପ୍ରତିବନ୍ଧକ ଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାରକୁ ନିଅନ୍ତୁ

$$3x - y + 3z \leq 7, -2x + 4y \leq 12, -4x + 3y + 8z \leq 10$$

$$\text{and } x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

15

8. Determine an initial basic feasible solution for the following TP, using the Least Cost method. 15

ଲିଷ୍ଟ କଷ୍ଟ ମେଥଡ୍ (Least Cost method) ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ଟିପି (TP) ପାଇଁ ଏକ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ମୌଳିକ (basic) ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସମାଧାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରନ୍ତୁ ।

	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply
O_1	6	4	1	5	14
O_2	8	9	2	7	16
O_3	4	3	6	2	5
Demand	6	10	15	4	35

9. Explain if, if-else and nested if-else with examples and syntax. 15

ଉଦାହରଣ ଏବଂ syntax ସହିତ, if-else ଏବଂ nested if-else ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

10. What is token? What are the different types of token available in C language? Explain. 15

ଟୋକନ୍ କ'ଣ? C ଭାଷାରେ (C language) ରେ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଟୋକନ୍ (token) କ'ଣ ଉଦାହରଣ? ବୁଝାଅ ।

Candidate must not write on this margin.

11. A plane having an area of 0.6 m^2 is sliding down the inclined plate at 30° to the horizontal with a velocity of 0.36 m/s . There is a cushion of fluid 1.8 mm thick between the plane and the plate. Find the viscosity of the fluid if the weight of the plate is 280 N . 15

**Candidate
must not
write on
this margin.**

ଏକ କ୍ଷେତ୍ର 0.6 m^2 ଥିବା ଏକ plane 30° ରେ ଭୂସମାନ୍ତରାଳରେ 0.36 m/s ବେଗରେ sliding କରିଛି । plane ଓ plate ମଧ୍ୟରେ 1.8 mm ର thick ତରଳ ପଦାର୍ଥର ଏକ ଆସ୍ତରଣ (cushion) ଅଛି । ଯଦି ପ୍ଲେଟର ଓଜନ 280 N ଥାଏ ତେବେ ତରଳ ସାନ୍ଦ୍ରତା ବାହାର କର ।

12. Given a force, $\vec{F} = (5\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ N}$ acting at a point P whose position with respect to origin is given by $\vec{r}_{P/O} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ m}$, what is the moment about an axis through the origin O with direction $\hat{p} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{k}$? 15

ଏକ force ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଛି, $\vec{F} = (5\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ N}$ ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ P କାର୍ଯ୍ୟକରେ ଯାହାର ଉତ୍ପତ୍ତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସ୍ଥିତି $\vec{r}_{P/O} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ m}$, ଦ୍ଵାରା ଦିଆଯାଏ । $\hat{p} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{k}$ ଦିଗ ସହିତ ଉତ୍ପତ୍ତି O ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ axis ର ଗତିବିଧି ବିଷୟରେ ଲେଖ ।

GROUP—B

13. State Newton-Raphson iteration formula to compute a root of an equation $f(x) = 0$ and hence write a program in BASIC to compute a root of the equation $\cos x - xe^x = 0$ lying between 0 and 1. 20

$f(x) = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ Newton-Raphson ପୁନରାବୃତ୍ତି ସୂତ୍ରକୁ ଛିର କରନ୍ତୁ ଏବଂ 0 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମୀକରଣର ମୂଳ ଗଣନା କରିବାକୁ BASIC ରେ ଏକ ପ୍ରୋଗ୍ରାମ ଲେଖନ୍ତୁ ।

14. Let G be a graph of order $n \geq 6$.

20

**Candidate
must not
write on
this margin.**

ଯଦି G କୁ $n \geq 6$ ର ଏକ ଗ୍ରାଫ ହେବାକୁ ଦିଆଯାଏ ।

(i) Show that either G or G^c has a vertex v of degree at least 3.

ଦେଖାନ୍ତୁ ଯେ G କିମ୍ବା G^c ର ଏକ vertex v ଡିଗ୍ରୀ ଅତିକମରେ 3 ଅଛି ।

(ii) Prove that G or G^c contains a cycle of length 3. (Consider the adjacencies between the neighbours of vertex v above.)

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ G କିମ୍ବା G^c contains a cycle of length 3. (ଉପରୋକ୍ତ vertex v above ତଥା ପଡୋଶୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂଲଗ୍ନକୁ ବିଚାର କରନ୍ତୁ ।)

15. Given $\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$, $y(0) = 1$. Find $y(0.1)$ and $y(0.2)$ by fourth order Runge-Kutta method. 20

$\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$, $y(0) = 1$ ଅଛି ଚେତେ । Runge-Kutta ପଦ୍ଧତିର ଚତୁର୍ଥ ନିୟମ/ନିର୍ଦ୍ଦେଶକୁ

ନେଇ ବାହାର କର $y(0.1)$ ଏବଂ $y(0.2)$ ।

16. State and derive the Euler equation of motion in hydrodynamics. 20

ହାଇଡ୍ରୋଡାଇନାମିକ୍ସ (hydrodynamics) ରେ ଗତିର Euler ର ସମୀକରଣ ଅବସ୍ଥାକୁ ବିଚାର ଓ ପ୍ରାପ୍ତ କରନ୍ତୁ ।

17. (i) What is function?

Function କ'ଣ?

(ii) Explain different classifications of user defined functions based on parameter passing and return type with examples. 20

ପାରାମିଟର ପାସିଂ (parameter passing) ଓ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟାବର୍ତ୍ତନ ପ୍ରକାରଭେଦ ଉପରେ ଆଧାରିତ କରି ଉପରୋକ୍ତ/ବ୍ୟବହାରକରି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇଥିବା କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ଉଦାହରଣସହ ବିଭିନ୍ନ ଶ୍ରେଣୀକରଣ/ବର୍ଗୀକରଣ କରି ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

18. Consider the problem :

20 | **Candidate
must not
write on
this margin.**

ସମସ୍ୟାକୁ ବିଚାର କରି :

$$\text{Maximize } Z = 2x_2 - 5x_3$$

subject to the constraints :

$$x_1 + x_3 \geq 2,$$

$$2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 6;$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 = 0;$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(i) Write its dual.

ଏହାର dual ଲେଖ ।

(ii) Solve the primal and then find the solution of the dual.

ମୌଳିକଭାବେ ସମାଧାନ କର ଏବଂ ପରେ dual ସମାଧାନ ଖୋଜ ।

★ ★ ★

